

669. Brousseau G., D'Amore B. (2008). I tentativi di trasformare analisi di carattere meta in attività didattica. Dall'empirico al didattico. In: D'Amore B., Sbaragli F. (eds.) (2008). *Didattica della matematica e azioni d'aula*. Atti del XXII Convegno Nazionale: Incontri con la matematica. Castel San Pietro Terme, 7-8-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 3-14. ISBN: 88-371-1746-9.

I tentativi di trasformare analisi di carattere meta in attività didattica. Dall'empirico al didattico

Guy Brousseau

Professeur émérite de Mathématiques
Prix Félix Klein 2003 de l'ICMI
Laboratoire "anthropologie et didactique des sciences et de la langue", Université "Victor Segalen". Bordeaux 2
Institut Universitaire de Formation des Maîtres d'Aquitaine

Bruno D'Amore

Dipartimento di Matematica, Università di Bologna
ASP, Alta Scuola Pedagogica di Locarno
Mescud, Dottorato di Ricerca in Didattica della Matematica, Università Distrital di Bogotà

Abstract

In this paper we want to show how the transformation of an heuristic instrument of analysis into a didactic instrument is a dangerous "meta-didactic slipping" that, instead of helping the student constructing knowledge, inhibits and blocks him. We give various examples, different between each other, and we propose various comments.

Esempio 1. Il ministro e la regola del tre

Recentemente, il Ministro dell'educazione francese presentava la sua riforma alla televisione. Ha accettato gentilmente che la giornalista lo interrogasse sui dei "saperi elementari" previsti per una loro introduzione più precoce.¹ Lei gli

¹ In Francia, un grande movimento d'opinione giudica deplorabili i risultati della scuola primaria ed il nuovo governo annuncia un ritorno ai metodi dell'inizio del ventesimo secolo: insegnamento per ripetizione di tecniche di calcolo e, in lingua, apprendimento delle lettere e delle sillabe prima di quello delle parole e delle frasi... Questo movimento non si fa più mettere a disagio dall'esperienza degli insegnanti, così come dal lavoro degli psicologi, dei pedagogisti e di altri didatti, designati anzi come i responsabili della insoddisfazione attuale. Essi pretendono che gli obiettivi ed i metodi –raffinati da cent'anni di esperienza- che avevano mostrato i loro limiti in termine di risultati di massa negli anni '50, andranno rapidamente a permettere ad una popolazione e a degli insegnanti ridivenuti apprendisti in queste materie di fare molto meglio, più in fretta, e per tutti.

pone un problema: «Se 5 penne costano 4 euro e 50 centesimi, quanto costano 14 penne?». Il Ministro esita, si disorienta e borbotta: «Io non lo so fare, me lo mostri». La giornalista si lancia per utilizzare «il celebre prodotto in croce» e schizza una disposizione di numeri, ma non riesce a spiegare la sua tecnica ed esita, per concludere infine: «bisogna “semplicemente” calcolare il prezzo di una biro e moltiplicare per 14», evidentemente qui il problema non è solo quello di calcolare a mente il risultato... Certo, in questa circostanza, il Ministro ha saputo dominare la situazione e riprendere poi l'episodio come uno scherzo. E si può trovare per lui anche qualche scusante. Ma l'incidente è rivelatore del triste modo in cui le questioni d'insegnamento sono trattate. Questo episodio ci interessa qui perché mostra un fenomeno didattico importante.

La “regola del tre” è nata da una piccola difficoltà che si presenta nel calcolo delle proporzioni. Il senso usuale conduce a cercare dapprima il valore unitario, poi a moltiplicare per la quantità della quale è domandato il prezzo. Ma questo metodo può condurre a degli errori se la divisione iniziale non “viene esatta”.

Conviene dunque fare la moltiplicazione prima e la divisione successivamente.² Ma, facendo ciò, il significato concreto di questa prima operazione diventa difficile da interpretare perché non è facile concepire né enunciare che cosa misuri in concreto il risultato di questa moltiplicazione. Allora? Bisogna moltiplicare che cosa per che cosa?

Quando il significato sfugge, noi tutti cerchiamo di ricorrere a degli aiuti a memoria automatici: delle descrizioni formali, mezzi mnemotecnici, dei disegni etc., cioè a delle metaconoscenze o a delle teorie, la comprensione delle quali si basa su un significato nuovo, diverso. L'apprendimento di un'azione spogliata di senso si basa allora sulla ripetizione, che fa fatica a restare stabile per delle forme equivocate.

Nel caso del nostro problema, la soluzione storica è stata “la regola del tre”, uno dei mezzi automatici di mettere in ordine la successione delle operazioni materiali e dei calcoli. Per esempio, una disposizione su una tabella sulla quale si scrive sulla prima riga la corrispondenza conosciuta: una quantità ed il suo prezzo; e sulla seconda riga l'indicazione conosciuta sotto la corrispondenza

Non staremo qui a commentare le ragioni economiche, politiche e mediatiche di questo movimento che vorrebbe sfruttare l'insoddisfazione del pubblico nei riguardi dell'ultima delle istituzioni significative della Repubblica francese che non sono ancora state privatizzate: l'insegnamento pubblico. Si tratta di dare agli organismi pubblici degli obiettivi impossibili per poterli in seguito accusare di imperizia e scagliare contro di essi la popolazione, per poterli poi affidare a delle lobbies private; si tratta di un processo ricorsivo della distruzione dei risultati attuali in nome del bel tempo che fu. Se l'insegnamento privato viene sottomesso alle leggi del mercato, il governo non ha ufficialmente nulla da ridire, a patto che remunererà la maggior parte del suo personale.

² Si tratta di un caso stupefacente in cui una commutatività teorica (in Q) è usata per rimediare ad un'assenza di commutatività pratica (in N).

(la nuova quantità sotto la prima). Successivamente, bisogna moltiplicare i due numeri che si trovano in diagonale e dividere il risultato per il terzo numero. Perché? Che cosa misura il numero trovato moltiplicando un numero di penne, 14, per il prezzo di 5 di esse? (Sarebbe il prezzo di 14 confezioni di 5 penne). Per far capire e soprattutto per spiegare questo calcolo, bisogna assolutamente accompagnare questo algoritmo con un discorso comprensibile.

Una prima soluzione esprime la conservazione dei rapporti frazionari e ricorre alla moltiplicazione di una frazione per un numero:

14 è $\frac{14}{5}$ di 5, il prezzo di 14 biro sarà $\frac{14}{5}$ del prezzo di 5: $\frac{14}{5}$ di 4,5 sono $14 \times \frac{4,5}{5}$.

Ma, per gli allievi, che non conoscono se non i rapporti naturali, bisogna decomporre la frazione $\frac{14}{5}$ e scrivere di conseguenza tra le due righe una terza

nella quale appaia in testa "1" e poi il prezzo dell'unità sotto forma di frazione (senza effettuare la divisione): 5 penne costano 4,5€, 1 penna costa 5 volte meno, ma noi non calcoliamo il risultato; e 14 penne costano 14 volte di più:

$14 \times \frac{4,5}{5}$ che scriviamo $\frac{14 \times 4,5}{5}$. La moltiplicazione di questa frazione per il

terzo numero esige la conoscenza implicita del calcolo frazionario.

Si ottiene così la formula corretta accompagnata da ragioni per comprenderne l'essenziale. Ma resta da imparare attraverso numerose ripetizioni di problemi e di spiegazioni.

$$5 \rightarrow 4,5$$

$$14 \rightarrow ? \quad \frac{14 \times 4,5}{5}$$

$$5 \rightarrow 4,5$$

$$1 \rightarrow \frac{4,5}{5} \quad (0,9)$$

$$14 \rightarrow \frac{4,5}{5} \times 14 = \frac{14 \times 4,5}{5}$$

Ma, per sostenere la traduzione formale di questo ragionamento, servono delle nuove stampelle algoritmiche come «scrivere a sinistra la grandezza di cui si conoscono due numeri». E se si giunge a considerare la proporzionalità inversa, l'impalcatura mnemonica crolla. Storicamente, si vede il processo di complessificazione didattica prodursi dopo il Medioevo, fino al 20° secolo. Diversi mezzi che evocavano gli abaci sovraccaricano l'algoritmo con delle allusioni ai "prodotti in croce" che la buona teoria delle proporzioni (il

prodotto degli estremi è uguale al prodotto dei medi) consacra. Gli allievi non possono fare nulla per capire.³

La soluzione migliore era quella di gettare questo dispositivo divenuto inutile ed in trenta anni i formatori di insegnanti vi erano pervenuti. Ma certi “esperti” di matematica hanno recentemente creduto di vedervi una preparazione intelligente ad un futuro teorema di algebra. Essi hanno proposto con insistenza questa “tecnica” agli insegnanti come un indicatore di alta cultura, resuscitando così la confusione. Il numero importante di allievi che avevano inciampato su questa “difficoltà” e che erano ciononostante riusciti nei loro studi, l’hanno reso celebre e malgrado ciò lo si è eretto a prova discriminante, una pietra di paragone. «D’altronde la regola del tre appartiene alla cultura! Allora occorre restaurare questo tesoro e riuscire ad insegnarlo a più bambini, e per ciò cominciare prima, quando i bambini sono più malleabili!».⁴

Questo fenomeno ridicolo mostra comunque che, per risolvere una difficoltà anche minore, una cascata di procedure didattiche può elaborare progressivamente un processo che pian piano diventa mostruoso ed incontrollabile.

Abbiamo identificato i fenomeni di questo genere come degli *scivolamenti metadidattici*.

Si tratta di mostrare, in questo articolo, altri fenomeni di questo tipo e di spiegarli. Sono difficili da evitare ed ancor più da correggere. Per ciò è necessario che siano riconosciuti dagli insegnanti e dal pubblico.

Questi fenomeni appaiono a seguito di una sconfitta, di un insuccesso, generalmente inevitabile; ma il fatto non è riconosciuto immediatamente come tale dai mezzi della didattica spontanea. Gli insegnanti spiegano, poi spiegano le spiegazioni, le illustrano e poi spiegano le illustrazioni... Ogni volta i tentativi di correggere l’insuccesso iniziale si rivelano inappropriati. Il fenomeno si amplifica, inoltre, quando è sottomesso al giudizio del pubblico, ancor più ignorante in didattica. Il fenomeno si incista e diventa rapidamente incontrollabile. E così, come nelle grandi pandemie del Medioevo, alcuni ne approfittano per accusare ogni sorta di pratiche scolari che essi pretendono di rinnovare mutilandole, per mettere al rogo qualche “teoria” e per dimenticare i risultati delle esperienze considerate nefaste.

³ Si può considerare la teoria formale delle proporzioni come un tentativo di conservare i rapporti geometrici e la vecchia aritmetica contro l’algebra che le si era opposta e che la minacciava.

⁴ Non può non far venire rabbia: agli adulti le facilitazioni offerte dal progresso non sembrano una indolenza colpevole; essi pagano a prezzo d’oro talvolta dei miglioramenti insignificanti. Ma per quanto concerne i bambini...

Per concludere questo primo esempio, il Ministro francese, malgrado la sua dimostrazione sfortunata ma significativa, non ha capito che ciò che egli propone di reintrodurre è inappropriato: ed insiste nella sua contro riforma.

Esempio 2. Dalla logica ai diagrammi insiemistici, poi alla controinnovazione

Alla fine degli anni '50, la riorganizzazione delle conoscenze matematiche stava concludendo un centinaio d'anni di scoperte notevoli. La società, i centri culturali e l'insegnamento riconoscono la necessità di adattarsi. Ma la maggiore difficoltà risiede nell'introduzione dei fondamenti: come addomesticare l'assiomatica in un insegnamento abituato ad associare degli oggetti ai suoi linguaggi? Serve loro un universo di oggetti e di relazioni se possibile ornate di immagini, di metafore. Gli analisti hanno bisogno della logica sotto una forma appropriata. Ma la logica formale è in rivoluzione. Essi propongono di usare una teoria ingenua degli insiemi⁵ come sostituto della logica classica. *Si tratta di un primo scivolamento didattico.* Per usare più facilmente la logica, le si sostituisce una specie di descrizione o di modello. Ma l'antinomia di Russell ne evidenzia i limiti: non tutte le raccolte sono degli insiemi perché non tutte le proprietà definiscono insiemi. I matematici sono abituati a coniugare, senza confonderli, concetti matematici con concetti paramatematici (non ancora definiti in modo categorico), delle severe esigenze di rigore con dei grandi abusi di linguaggio. Gli insiemi di punti sono un modo agile e comodo per parlare di vicinanza, di equazioni differenziali e di spazi topologici. Basta dare delle regole d'uso.⁶

D'altra parte, il linguaggio stesso degli insiemi può essere reso più "concreto" facendo appello ad una idea di Leonhard Euler che usava dei cerchi per illustrare, enumerare e classificare i sillogismi.⁷ Sembrò all'epoca che questa idea avrebbe permesso di rendere molto più facile l'insegnamento della logica di Aristotele, anche a bambini molto giovani. Così i termini sarebbero stati gli stessi, dalla Scuola dell'Infanzia all'Università, il senso si sarebbe evoluto con l'età sotto un controllo finale degli iniziati. *Si tratta di un secondo scivolamento didattico.* Ma questa volta la "rappresentazione" non è di fatto che una metafora: gli insiemi non hanno delle frontiere, mentre il loro disegno sì; l'unione di parti non sono più visibili come "insieme" etc. Tuttavia, anche nell'insegnamento bisogna coniugare delle nozioni abbastanza ben definite con delle altre che non sono altro se non approcci "trasposti": le regole del

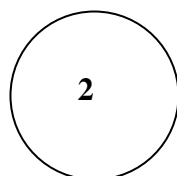
⁵ Poiché si possedevano ora delle teorie assiomatiche che permettono di controllarne le specificità.

⁶ Si possono consultare i risultati della teoria degli insiemi di Bourbaki.

⁷ Stiamo facendo riferimento a Leonhard Euler che, tra il 1760 ed il 1762, scrisse le celebri 234 *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique & de Philosophie* alla giovane figlia del margravio regnante di Brandeburgo-Schwedt, Sophie Friederike Charlotte Leopoldine (che sarebbe poi diventata principessa di Anhalt-Dessau ed infine Caterina di Russia) allo scopo di istruirla in francese, fisica, filosofia, matematica...

gioco sono diverse, soprattutto ai livelli inferiori nei quali occorrono delle regole d'uso ben *formulabili e consistenti*. Ora, gli insiemi di oggetti sono delle proprietà di ciascun oggetto dell'insieme al quale egli appartiene; la “e”, che nella vita di tutti i giorni permette di riunire due insiemi, produce invece la loro intersezione se la si usa tra le proprietà. Le palline di vetro *e* le palline rosse non sono affatto le palline rosse *e* di vetro!

Le collisioni nella scala dei tipi, che la lingua naturale schiva con pudore, rivelano spesso degli baratri di complessità. Questa dualità “proprietà / insieme” coniuga le sue trappole con quelli delle lingue naturali.⁸ In queste condizioni la metafora dei cerchi non può tenere.⁹ La lingua colloquiale messa in moto per la metafora dei cerchi di Eulero costituisce un *nuovo scivolamento meta*. Georges Papy propose al tempo di colorare le frontiere di tali cerchi per identificare le componenti connesse di uno stesso insieme. Ma la materializzazione degli elementi attraverso dei punti solleva nuove contraddizioni.



Non si sa se il segno 2, rappresentato in un cerchio, ne è l'unico elemento, o se è una specie di variabile, un elemento identificato a titolo di esempio che ne evoca altri, per esempio tutti i pari, non rappresentati, o se è il segno “2”. Ci vuole anche un vocabolario specifico per descrivere queste figure.¹⁰ Questo nuovo vocabolario si può considerare come un *nuovo scivolamento e*, in più, molto *meta*. Esso crea un quarto livello concettuale che obbliga a creare senza sosta delle nuove convenzioni. Esse sono ben presto altrettanto numerose che gli assiomi di Boole, e non si sa più se riguardano il modello originale o le sue descrizioni. I “teoremi” assumono allora degli aspetti ... romantici. La sua formalizzazione creerà un sesto livello concettuale ed il suo meta un settimo... Gli allievi, gli editori, i disegnatori, gli insegnanti ed i genitori reclamano delle regole esplicite e precise... che il sistema non può produrre.

⁸ Il linguaggio degli insiemi non era usato in realtà in analisi ed in topologia, se non come conoscenza codificata, come nei testi dei risultati di Bourbaki.

⁹ Guy Brousseau ha tentato all'epoca di evitare il linguaggio ordinario con delle lezioni non verbali con un successo assai limitato. Bruno D'Amore pubblicò all'epoca un resoconto di lezioni sull'uso del linguaggio degli insiemi, molto critico a questo proposito, proprio nel senso qui evocato.

¹⁰ In lingua francese, sotto la spinta di Gorges Papy, si chiamarono dapprima “patate” e poi “papygrammi”; in italiano non assunsero denominazioni specifiche nelle aule, solo “diagrammi degli insiemi” o “diagrammi di Eulero-Venn” e la disciplina relativa si chiamò “insiemistica”.

Se si volesse accettare la metafora insiemistica, per evitare d'un sol colpo gli scivolamenti successivi, si sarebbe dovuto restringere i disegni ad un ruolo di pura illustrazione, di mezzo d'espressione senza codificarli né insegnare delle regole a loro proposito. Essi avrebbero formato un insieme di conoscenze implicite per rappresentare ciò di cui si parla, per convincersene, e che può essere utilizzato; ma senza uno statuto di sapere significativo, comprovante, dunque senza grammatica e senza teoria. Ciò che noi chiamiamo una conoscenza, ma non un sapere.

Ora, gli insegnanti non possono maneggiare un tale strumento didattico se non in modo furtivo. La società agisce, ed esige da essi che agiscano, come se tutte le condizioni necessarie debbano essere dette, come se ciò che è detto può essere insegnato e tutto quel che è insegnato deve essere appreso, come se tutto quel che è appreso deve essere compreso, e tutto quel che è compreso deve assicurare la riuscita in situazioni future. Ciò crede e ciò esige. E, fino ad ora, essa rigetta ogni scienza che potrebbe mettere in dubbio questa credenza. Tutto deve essere migliorato dal semplice gioco della volontà, della tradizione¹¹ per gli uni (i controinnovatori), o da quello della ingegnosità innovatrice individuale per gli altri.

Finalmente, la totalità della comunità matematica è stata nell'impossibilità non solo di prevedere, ma poi anche di arrestare il processo. Rigettando di far valere presso un uditorio sofficemente potente i risultati delle ricerche in didattica che aveva suscitato essa stessa,¹² ha finito con l'accusare... il sapere stesso! La "matematica moderna" è stata demonizzata e rigettata,¹³ e si sono gettati con essa degli anni di lavoro pedagogico e di cultura, delle belle ed utili conoscenze matematiche, dei dispositivi didattici molto utili, delle ambizioni educative e culturali legittime e perfettamente realizzabili e degli anni di lavori scientifici pertinenti e validi sull'insegnamento.¹⁴

Questa contro riforma è causata da una ignoranza ostinata dei nostri risultati. Gli scivolamenti metadidattici possono prodursi a proposito di qualsiasi nozione matematica.

¹¹ Questo ragionamento potrebbe apparire legittimo; di fatto incita i genitori a considerare che essi hanno una sorta di "diritto" alla "riuscita" di ciascuno dei loro bambini.

¹² Il che avrebbe mostrato la tracotanza delle affermazioni iniziali della comunità in materia di educazione matematica.

¹³ In Francia ed in molte altre nazioni, in modo deciso e repentino; in Italia, l'abbandono del linguaggio degli insiemi sopra decritto, è in fase continua, sempre maggiore, anche se talora persiste ai più bassi livelli di scolarità.

¹⁴ Questo bagno di... giovinezza ha permesso a nuovi matematici di ritrovare il diritto di ricominciare, ma in senso inverso, il loro gioco di esperti in soluzioni didattiche radicali. Con la stessa assicurazione, ma con incomparabilmente meno ragioni, di generosità e di mezzi finanziari ed umani rispetto ai loro predecessori, questi controinnovatori sconvolgono di nuovo le pratiche di tutta la corporazione di insegnanti con un disprezzo incredibile che abbandona l'avvenire dell'insegnamento della loro disciplina agli eccessi dei giochi politici.

Esempio 3. L'euristica di Polya e l'insegnamento dei metodi di *problem solving*

Le difficoltà che incontrano gli allievi nella risoluzione dei problemi lasciano spesso gli insegnanti disarmati. L'allievo sa i "suoi" saperi, i "suoi" teoremi (talvolta le loro dimostrazioni) e tuttavia egli non trova il mezzo di usarli per risolvere i problemi che gli sono posti. Una risposta classica al livello primario consiste nel presentargli problemi analoghi in modo che l'allievo possa riprodurre la soluzione che gli si è insegnata in un caso simile.

Egli non ha bisogno di sapere se la sua risposta è adeguata, né perché; basta che essa sia conforme al modello. Egli può così rispondere nell'ambito di un contratto didattico senza comprendere perché la sua soluzione è corretta. Qualsiasi cosa dicano a questo proposito le varie teorie della conoscenza e dell'apprendimento che sono fondate sul "riconoscimento" del sapere e sulla sua citazione, lo studente simula una risoluzione che può perfino non comprendere.

In un percorso più concreto, per guidare gli allievi, Polya si prodiga in consigli neo cartesiani per l'organizzazione del lavoro di risoluzione dei problemi: comprendere l'enunciato, connetterlo con delle conoscenze, decomporlo in tappe,... Egli suggerisce così di tentare dei passi più euristici: cercare delle similitudini, un esempio, un controesempio, generalizzare, comparare, paragonare... Questo lavoro è servito di base ad un tentativo di insegnamento della risoluzione di problemi fondato sull'uso di queste euristiche. Si tratta chiaramente di uno scivolamento metadidattico: la risoluzione di problemi si vede in parte sostituita da uno studio di procedure di tali risoluzioni. Se è probabile che gli esempi dati sono di natura tale da rassicurare e da rendere agguerriti gli allievi, è chiaro che la situazione è scivolata senza cambiare di natura: l'allievo cerca di applicare le sue euristiche così come cercava di applicare i suoi teoremi ed il successo non è affatto più assicurato, a meno di scegliere dei problemi ad hoc. Bisogna allora cercare delle euristiche di secondo ordine? Anche se il processo non è ricorsivo, l'inganno è fatale. La sola differenza, è che i teoremi sono dei saperi matematici che contengono le loro stesse condizioni di validità, il che non è il caso delle euristiche che sono solo delle conoscenze. Il trattarle come dei saperi è un errore epistemologico e didattico.

Usi ed abusi dello scivolamento metadidattico

Abbiamo compreso che un errore o un insuccesso conducono un attante, soggetto o sistema insegnante/allievo, a spostare la sua attenzione dall'attività in corso su uno dei mezzi di controllo o di conoscenza di questa stessa attività. Noi chiamiamo "meta" questo mezzo di controllo.

Per esempio, per effettuare un compito, un attante si serve di un mezzo che si rivela insufficiente, esamina questo mezzo per migliorarlo e trasformarlo in strumento. Questo processo costituisce uno scivolamento di attività che si

potrebbe chiamare *scivolamento metacognitivo*. Questo andare e venire, che sia o no fruttuoso, è perfettamente legittimo. Esso è l'essenza stessa dell'azione del pensiero. Lo scivolamento inverso potrebbe pertanto essere considerato come metacognitivo.

Lo *scivolamento metadidattico* consiste per l'insegnante nello spostare l'oggetto del suo insegnamento da una attività o da una nozione, su uno dei suoi mezzi di controllo. Per esempio, l'insegnante di lingua sostituisce la correzione di un errore degli allievi con l'insegnamento dell'enunciato della regola di grammatica che è stata violata. Anche questa azione è perfettamente legittima. La deviazione teorica è talvolta indispensabile e procura spesso un guadagno di tempo e di efficacia. Anche l'immersione in una realizzazione può avere il suo interesse.

Tuttavia, tutto ciò può talvolta costituire un dirottamento di attività assai dannoso. I partners dell'insegnamento perdono di vista il loro progetto e si smarriscono. Noi ci interessiamo qui agli scivolamenti che non sono l'effetto di una mancanza di abilità o di un accidente, ma che sono il risultato quasi obbligato di certe condizioni sociali e culturali. Privando gli attori principali dell'insegnamento dei mezzi per rigettare gli scivolamenti impossibili da correggere, esse rendono questi scivolamenti incoercibili e ricorsivi.

Questo slittamento si produce in particolare quando il mezzo meta è improprio o quando il sistema non può né abbandonarlo né rigettarlo, perché è imposto dal milieu. È così che l'insegnamento dell'euristica è stato più facilmente controllato poiché esso è sorretto da una comunità meno vasta e dominante che non il progetto della "matematica moderna" o la "regola del tre".

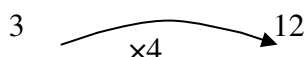
Oggi, i mezzi di controllo degli apprendimenti –i tests- tendono ad invadere non solo i dibattiti sulla scuola ma anche le pratiche scolari. Da mezzo di controllo dei risultati, essi sono prima diventati degli obiettivi, poi dei mezzi di insegnamento ed infine l'oggetto stesso dell'insegnamento. Essi tendono a trasformare la nostra concezione di conoscenza ed apprendimento in una sorta di preparazione ad un "banale inseguimento" universale. Si tratta dunque ancora evidentemente di uno scivolamento metadidattico estremamente potente e pericoloso, il cui studio è appena iniziato (dopo solo 10 anni). Nel sistema scolastico, il fatto di controllare una conoscenza la isola dal suo contesto e la trasforma in un "sapere" da insegnare, che non può più giocare il suo ruolo di conoscenza.

Esempio 4. Uno scivolamento ben temperato

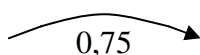
Nel corso di un'esperienza di insegnamento con dei ragazzi di 10-11 anni,¹⁵ gli allievi sono stati condotti a studiare le frazioni ed i decimali nelle loro diverse realizzazioni: come misura, come rapporti, come scalari ed infine come

¹⁵ L'opera di Nadine e Guy Brousseau, *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux 1986, presenta il curricolo di 65 lezioni di una esperienza che è stata seguita dal 1973 al 1998.

applicazioni lineari razionali. Nelle classi precedenti, le operazioni ed i rapporti naturali erano spesso materializzati attraverso delle frecce:



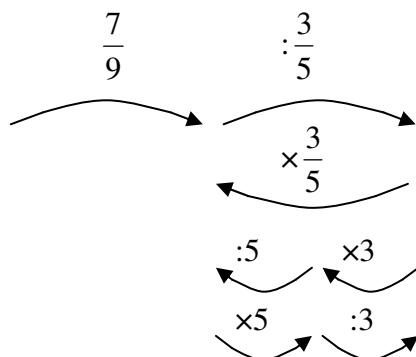
Il loro uso si è esteso alle frazioni ed alle applicazioni che erano costruite matematicamente nelle situazioni che davano loro un senso matematico ed un uso indipendente dalla scrittura sagittale. Così il simbolo:



rappresenta la funzione lineare razionale di coefficiente $0,75$.

Questo sistema permette di rappresentare facilmente le composizioni e gli inversi di applicazioni, che i ragazzi sapevano calcolare riferendosi al senso, ed anche le equazioni dimensionali per la determinazione delle unità. Le

frecce permettevano per esempio di trovare il risultato di $\frac{7}{9} : \frac{3}{5}$



o anche di operare con delle lettere al posto di numeri.

Si tratta tipicamente di uno scivolamento metadidattico pericoloso poiché l'interesse della rappresentazione sagittale si limita sia al gruppo moltiplicativo di \mathbb{Q} sia al semigrupp additivo, ma non ai due allo stesso tempo: essa non prende in carica allo stesso tempo delle somme e dei prodotti di razionali. In più, concretamente, è il senso che controlla la validità del grafo e non il contrario. Il che ci lascia ancora lontano dall'algebra che si potrebbe ingenuamente credere vicina.

Ma lo slittamento non ha avuto luogo. Mai le frecce sono state esse stesse l'oggetto di un discorso, di un'analisi, dell'enunciazione di una qualsiasi regola. Mai i bambini sono stati interrogati a proposito dei loro saperi su queste frecce. Essi le usavano quando ciò sembrava necessario per accompagnare il loro discorso, la loro risoluzione etc. L'insegnante si accontentava di fare rettificare talvolta una rappresentazione erronea, ma riferendosi a ciò che essa rappresentava.

I nostri allievi hanno beneficiato delle facilità ostensive che offrivano loro le frecce come un linguaggio privato e mai ne hanno ricevuto osservazioni nel seguito dei loro studi da parte dei loro insegnanti, come era il caso per alcuni con i loro metodi di calcolo. Le frecce erano delle conoscenze, non dei saperi. La differenza di statuto risultava dunque da quel che il professore diceva o non diceva, commentava o evitava di commentare.

Le ragioni per le quali gli scivolamenti metadidattici sfuggono al controllo degli attori sono in primo luogo l'assenza di analisi o di conoscenze scientifiche specifiche in questo dominio. In assenza di una scienza didattica, la natura dei fenomeni è ignorata e certe soluzioni tradizionali inadeguate provocano l'aggravamento della situazione. Solo i professionisti possono liberarsene quando la situazione diventa assurda. Ma quando intervengono dei poteri di regolazione esterni, la loro ignoranza li conduce ad esigere l'impossibile e la situazione si degrada senza che alcuno possa fare nulla, nemmeno capire: è quel che è successo, appunto, nel caso della "matematica moderna".

Esempio 5. Gli abusi dei controlli di valutazione

Per rinforzare questa dichiarazione, abbiamo analizzato gli effetti dell'uso abusivo delle prove di controllo sulla pratica degli insegnanti ed i risultati dei loro allievi. Pensiamo che una buona spiegazione dei limiti di questo sistema e dei suoi effetti ingannevoli e deludenti, si ottenga mostrando che esso diminuisce fortemente le possibilità del funzionamento di certe forme di conoscenze indispensabili all'apprendimento ottimale, al beneficio dell'acquisizione diretta dei saperi acquisiti. Ora, la matematica non è prodotta, pensata ed utilizzata senza una specifica attività. L'acquisizione diretta è basata su delle pratiche d'insegnamento esse stesse fondate su delle teorie dell'apprendimento che ignorano il funzionamento di questa disciplina, ed il ruolo specifico delle conoscenze in questa acquisizione.

L'apprendimento diretto ed esclusivo dei saperi matematici, attraverso procedimenti formali (la ripetizione, per esempio) conduce a delle conoscenze che pochi allievi possono mettere in moto durante attività matematiche.

Noi siamo stati condotti ad ammettere che un alone di conoscenze (schemi di azione, di formulazione, di argomenti) che non si sviluppa se non nella pratica di attività autenticamente matematiche, era indispensabile alla pratica ed all'acquisizione di saperi matematici. Siamo stati condotti anche a mettere in

evidenza l'importanza del ruolo della pratica collettiva di matematica da parte degli allievi e della cultura che ne risulta sulla qualità e la velocità degli apprendimenti.

Conclusioni

Le conoscenze ed i saperi formano una coppia di metacoscienze mutue. Le conoscenze sono dei mezzi impliciti per attivare e per gestire i saperi. I saperi sono gli strumenti istituzionali e culturali per apprendere le conoscenze, le proprie e quelle di altri. Volerli trattare nello stesso modo, in particolare non concepire le conoscenze che come dei saperi, costituisce degli scivolamenti metadidattici permanenti. Ogni conoscenza fissata in un sapere richiede, per funzionare, nuove conoscenze che, quand'esse sono a loro volta fissate, non possono più giocare il loro ruolo. Ne risultano degli errori, dei malintesi, delle sconfitte che rilanciano le esigenze impossibili e le pratiche inefficaci. Le conoscenze disponibili nella classe sono il capitale i cui interessi sono i saperi acquisiti. L'arte didattica consiste nel distinguere ciò che deve essere detto e ciò che deve essere taciuto o ignorato in ogni istante. Questa arte umana esiste da parecchi milioni di anni; implica il gioco sottile ed incerto delle conoscenze vive, dubbiose, labili con i saperi sicuri, condivisibili, il gioco del detto e del non detto. Prima di pretendere di "migliorarlo" con delle misure sommarie e drastiche, conviene almeno studiarlo con umiltà.

Parole chiave: scivolamento metadidattico; scivolamento metacognitivo; conoscenza; sapere; empirico e didattico.